



Teias de aranha e Modelagem Matemática: a construção de modelo como possibilidade para o ensino de Matemática

Jonas Santana da Silva

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB, Brasil

Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB, Brasil

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo construir um modelo de teias de aranha, por meio dos procedimentos de Modelagem Matemática (MM), verificando as possibilidades de sua utilização no ensino e aprendizagem de Matemática da Educação Básica. Utilizou-se como base teórica a concepção de MM aplicado à Educação. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, em particular um estudo documental, na qual foi realizada a construção de um modelo por meio do software GeoGebra. A análise dos dados foi realizada a partir de categorias a priori, oriundas da teoria, que possibilitaram a sua análise. Assim, após a discussão dos dados, pode-se perceber que a partir da teia triangular é possível estabelecer conexões entre a natureza e saberes matemáticos acadêmicos, podendo surgir propostas pedagógicas que busquem aproximar os estudantes da sua realidade, tornando-os sujeitos mais ativos e reflexivos nas aulas e na sociedade, potencializando o ensino e aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: modelos; modelagem matemática; GeoGebra; teias de aranha.

COBWEBS AND MATHEMATICAL MODELLING: MODEL BUILDING AS A POSSIBILITY FOR TEACHING MATHEMATICS

ABSTRACT

This research aimed to build a model of spider webs, through Mathematical Modelling (MM) procedures, verifying the possibilities of use in teaching and learning Mathematics in Basic Education. The conception of MM as a research method applied to Education was used as a theoretical basis. This is qualitative research, particularly a documentary study, in which a model was constructed using the GeoGebra software. Data analysis was carried out based on a priori categories, derived from theory, which made its analysis possible. Thus, after analysis and discussion of the data, from the triangular web connections can be established between nature and academic mathematical knowledge, and pedagogical proposals may emerge that seek to bring students closer to their reality, making them more active subjects. and reflective in classes and in society, enhancing the teaching and learning of Mathematics.

Keywords: models; mathematical modelling; GeoGebra; cobwebs.

TELARAÑAS Y MODELACIÓN MATEMÁTICA: LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS COMO POSIBILIDAD PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

RESUMEN

Esta investigación tuvo como objetivo construir un modelo de telas de araña, mediante procedimientos de Modelación Matemática (MM), verificando las posibilidades de uso en la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas en la Educación Básica. Se utilizó como base teórica la concepción del MM aplicado a la Educación. Se trata de una investigación cualitativa, en particular un estudio documental, en el que se construyó un modelo utilizando el software GeoGebra. El análisis de los datos se realizó con base en categorías a priori, derivadas de la teoría, que hicieron posible su análisis. Así, luego del análisis y discusión de los datos, se puede observar que a partir de la red triangular se pueden establecer conexiones entre la naturaleza y el conocimiento matemático académico, y pueden surgir propuestas pedagógicas que busquen acercar a los estudiantes a su realidad, convirtiéndolos en sujetos más activos. y reflexivo en las clases y en la sociedad, potenciando la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Palabras clave: modelos; modelación matemática; GeoGebra; telarañas.

1 INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa, foi realizada a escolha por um estudo a respeito do modelo produzido pelas aranhas na confecção de suas teias, e suas possíveis relações com o ensino e com a aprendizagem de Matemática. Essa escolha se deu inicialmente no âmbito pessoal. Para isso, a base teórica que sustenta a pesquisa é a Modelagem Matemática (MM). No âmbito científico, este trabalho se justifica pelas possíveis contribuições trazidas no estudo do modelo das teias de aranhas no ensino de Matemática, ainda pouco difundido no ambiente educacional. Essa constatação tem por base um mapeamento preliminar, realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e *Google Acadêmico*, acerca do tema, uma vez que não foram encontrados trabalhos publicados.

No que se refere às teias de aranha, foi encontrado, por exemplo, a dissertação de Costa (2009), intitulada “Geometria de teias”. No entanto, essa pesquisa teve por objetivo introduzir os principais problemas estudados na geometria de teias, a saber: os problemas de linearização, algebrização de teias planas e apresentaram uma revisão da teoria clássica de teias bem como métodos mais recentes para seu estudo, não tendo relação com as teias produzidas pelos aracnídeos.

Destaca-se que a investigação de Costa (2009) aborda um contexto diferente desta pesquisa, cujo foco é um estudo a respeito do modelo produzido pelas aranhas na confecção de suas teias, e suas possíveis relações com o ensino e aprendizagem de Matemática. Dessa forma,

foi perceptível a carência de trabalhos referentes a esta temática, o que indica que esta pesquisa poderá contribuir para avanços nesta área de conhecimento.

Vale salientar que os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN já traziam, há mais de duas décadas, que

Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas. O aluno deve ser incentivado, por exemplo, a identificar posições relativas dos objetos, a reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço (de diferentes pontos de vista) e descrevê-los (Brasil, 1997, p.78).

Nesse sentido, considera-se importante abordar o modelo das teias de aranhas no ensino de Matemática, a fim de que o estudante consiga identificar modelos do espaço de diferentes pontos de vista e descrevê-los. Esse fato pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, incluindo aspectos geométricos e algébricos.

Ainda vale salientar que a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018, p. 270) ressalta, na unidade temática da Álgebra, que “o desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos”. Para além disso, os modelos podem auxiliar na aprendizagem de conceitos geométricos e algébricos, e para isso, pode ser utilizada a perspectiva das teias de aranhas.

Acredita-se que esta pesquisa possa contribuir para professores e futuros professores de Matemática, pois este estudo pode trazer implicações no processo de ensino e aprendizagem, no que diz respeito aos modelos das teias de aranhas no ensino de Matemática. Nesta perspectiva, os resultados desta pesquisa poderão contribuir para as práticas metodológicas e incentivo à realização de novos estudos nesta temática.

Nessa direção, tem-se como intenção responder a seguinte questão de pesquisa: Como a construção de modelo(s) de teias de aranha, por meio dos procedimentos de Modelagem Matemática, podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática? Para responder esse questionamento, tem-se como objetivo geral construir um modelo de teias de aranha, por meio dos procedimentos de Modelagem Matemática (MM), verificando as possibilidades de utilização no ensino e aprendizagem de Matemática da Educação Básica.

2 OS MODELOS E A MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde a antiguidade, as pessoas recorrem a modelos de diversas ordens para resolverem seus problemas. Pode-se tomar como exemplo a criação da roda, considerada de forma consensual, como uma das maiores invenções da humanidade. A prova mais antiga de seu uso data de cerca de 3500 a.C., e vem de um esboço em uma placa de argila encontrada na região da antiga Suméria, na Mesopotâmia (atual Iraque), mas pode ser que sua utilização venha de períodos muito mais remotos¹.

Conforme o dicionário, define-se modelo como “Padrão ou amostra que pode ser usado como base para construir outra coisa idêntica” (Ribeiro; Neves; Moreira, 2009). Assim, entende-se que modelo se caracteriza como uma representação que pode referenciar-se a algo idêntico. De forma que essa amostra facilite a identificação e ajude na construção do conceito. Bassanezi (2010) afirma que quando existe uma reflexão da realidade, na tentativa de explicar, entender, ou de agir sobre ela, tem-se a necessidade de selecionar “parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial conhecido como modelo” (p. 16).

No que tange ao modelo matemático, Bassanezi (2010, p. 17) afirma que “é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Pelo exposto, entende-se que modelo matemático pode se caracterizar como um conjunto de simbologias e relações matemáticas que representam o objeto de estudo. Bassanezi (2010) ainda caracteriza os modelos Objeto e Teórico.

- *Modelo Objeto* - é a representação de um objeto ou fato concreto. Essa representação pode ser um desenho, um mapa, uma fórmula matemática ou simbólica, entre outros. Para exemplificar, pode-se considerar um desenho para representar os alvéolos construídos pelas abelhas. Ou seja, tem-se uma representação de um objeto. Assim, pode-se ter um modelo que represente as teias de aranha;
- *Modelo Teórico* - é aquele vinculado a uma teoria geral existente, contendo as mesmas características que o sistema real, suas relações são obtidas por meio de hipóteses (abstratas) ou de experimentos (reais).

Mclone (1976 *apud* Bassanezi, 2010, p. 17) afirma que um modelo matemático é um paralelo entre uma observação idealizada e uma teoria matemática abstrata, representando “uma parte da realidade com algum objetivo particular”. A fim de validar modelos matemáticos de situações reais em problemas matemáticos, Bassanezi (2010) afirma que o processo da validação de modelos matemáticos ocorre por meio da Modelagem Matemática, ao qual se define como o processo de feitura ou elaboração de um modelo.

¹ Disponível em: <https://www.infoescola.com/cultura/roda>. Acesso em: 24 nov. 2022.

A Modelagem Matemática surgiu na década de 1970, quase no mesmo período, no Brasil e em vários países, como Estados Unidos, Alemanha, Dinamarca, Austrália, entre outros.

Biembengut (2012) afirma que as primeiras propostas partiram de professores do Ensino Superior, principalmente dos cursos de engenharia.

O movimento pela Modelagem, iniciada há quatro décadas por um pequeno grupo de professores, como proposta para instigar o interesse dos estudantes pela matemática, ampliou-se, significativamente, conduzindo à formação de grupos de pesquisa e estudos. Por efeito, as ações provenientes de estudo e pesquisas, ao serem divulgadas, fazem aumentar o número de interessados e adeptos (Biembengut, 2012, p. 198).

Bassanezi (2010) destaca que a Modelagem Matemática pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa, quanto como uma estratégia de ensino e aprendizagem. Além disso, salienta que a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Conforme Madruga (2016), a Modelagem Matemática já é uma área reconhecida da Educação Matemática e vem sendo utilizada por muitos professores.

A utilização dos princípios de modelagem mostra-se como uma possibilidade, buscando a formação de sujeitos capazes e sensíveis na identificação e na solução das questões atuais. Além disso, ambientes que proporcionem esses atributos são potenciais espaços para o desenvolvimento da criatividade. Garantir esses espaços em ambientes formais de ensino deve ser tarefa a ser cumprida na composição curricular (Madruga, 2016, p. 253).

Assim, a Modelagem² mostra-se como uma alternativa para trabalhar na formação de indivíduos que consigam solucionar questões reais. Além de possibilitar o desenvolvimento da criatividade.

Em consonância com Biembengut (2014), Modelagem é o processo que envolve a elaboração de um modelo de qualquer área do conhecimento. Isto é, esse processo inicia primeiramente na mente humana com uma inquietação, dúvida, curiosidade de algo e procura uma melhor forma de conseguir solucionar, compreender, criar ou aprimorar uma percepção que instiga sua inspiração.

Ainda sobre o processo de elaboração do modelo, Biembengut (2014) destaca que há duas categorias de Modelagem, não necessariamente disjuntas, sendo: a *Física* e a *Simbólica*. A primeira corresponde a um processo que envolve a expressão, na reprodução de um conjunto

² Por vezes se estará usando somente a palavra Modelagem para referir-se a Modelagem Matemática, no intuito de evitar repetições.

de dados ou imagem ou ente físico. Sendo que o modelo resultante pode ser representado por um desenho, um gráfico ou uma representação algébrica. Já no segundo caso, diz respeito ao processo de compreensão e análise de dados de um ente físico da natureza, ou do ambiente social. O modelo simbólico requer conhecimentos da teoria matemática ou demais áreas envolvidas.

No que diz respeito à Matemática em particular, o processo de modelar pressupõe do modelador um conhecimento matemático e habilidade de identificar o fenômeno sob a óptica da Matemática (Biembengut, 2014).

Para um melhor entendimento do processo de modelar, Biembengut (2014) aborda três fases, sendo: *percepção e apreensão*; *compreensão e explicitação*; e *significação e expressão*.

Na primeira fase, procura-se perceber os envolvidos na situação-problema, seja por meio do estudo indireto, por meio de livros, revistas, entre outros. Ou até mesmo pelo estudo direto, através da experiência em campo ou dados experimentais. De forma que quanto mais se familiarizar com os dados, a situação se torna clara e a pessoa apr(e)ende sobre a temática. Cabe ressaltar que nessa fase é importante detalhar a descrição dos dados levantados, pois será utilizada durante todo processo da modelagem.

Já na segunda fase, trata-se da formulação do problema, do modelo e resolução. Considerando uma compreensão da situação-problema, busca-se explicitar os dados, isto é, formular as hipóteses, identificar constantes e variáveis envolvidas, selecionar símbolos e descrever em termos matemáticos. Diante disso, objetiva-se obter um modelo que desencadeia a solução ou permite a dedução de solução. Este modelo pode conter um conjunto de expressões aritméticas ou algébricas, representação gráfica ou geométrica ou aplicações computacionais.

Na última fase, se o modelo satisfizer às necessidades que o geraram, será possível descrever, deduzir ou verificar outros fenômenos e mostrar sua significação. Caso contrário retorna-se à(s) fase(s) anterior(es), mudando ou ajustando as hipóteses e variáveis.

Finalizando o processo de modelar, é importante expressá-lo, a fim de valer a outras pessoas, ou seja, descrever todo percurso e deixar claro de tal forma que outro indivíduo possa conhecer e entender o processo de modelar.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Esta pesquisa é caracterizada como qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (2010). Nessa pesquisa, foram observadas fotografias de teias de aranhas, sendo que “as fotografias nos dão dados descritivos e são muitas vezes utilizadas para compreender o subjetivo e frequentemente analisadas indutivamente” (Bogdan; Biklen, 2010. p. 183).

A partir da perspectiva documental, por meio de fotografias, buscou-se compreender o modelo que representa as teias de aranhas, verificando possibilidades para o ensino de Matemática. Segundo Figueiredo (2007), a análise documental não é apenas de textos escritos ou impressos, também é possível utilizar o documento como fonte de pesquisa que pode ser escrito e não escrito, como por exemplo: vídeos, *slides*, fotografias ou pôsteres.

Foram realizados estudos aprofundados sobre as três fases estruturadas por Biembengut (2014, 2016), que serviram de base para a construção e possível utilização do modelo que representa as teias de aranhas por meio da Modelagem Matemática.

No primeiro momento, foi utilizada a primeira fase de Biembengut (2014, 2016), chamada de “percepção e apreensão”, juntamente à escolha do tema: teias de aranhas. E, delineado o objetivo de construir um modelo de teias de aranha, por meio dos procedimentos de Modelagem Matemática (MM), verificando as possibilidades de utilização no ensino e aprendizagem de Matemática da Educação Básica. Neste momento, foram realizadas buscas de informações sobre as diferentes formas de teias de aranhas por meio de pesquisas bibliográficas e análise documental (fotografias de teias de aranhas), com objetivo de compará-las e, se possível, chegar a um modelo que as representasse.

No segundo momento foi utilizada a segunda fase de Biembengut (2014, 2016), chamada de “compreensão e explicitação”, com o intuito de saber qual o modelo que melhor poderia ser representado por meio do *software* Geogebra. Neste ato, foi escolhido o modelo da teia triangular. A justificativa é que dentre as principais teias estudadas nessa pesquisa, a triangular possibilita uma melhor visualização para ser analisada, assim como para constatar as implicações que possam ser apontadas, através de sua construção e manipulação.

Ainda vale destacar, que a forma triangular é uma das mais simples de representação, além de ser conhecida por sua estabilidade estrutural, o que a torna uma escolha adequada para representar modelos de equilíbrio. Já as demais teias possuem um certo grau de dificuldade maior na sua construção, mostrando uma curvatura de fios diversificada, dificultando a elaboração e visualização do modelo.

Para isto, foi utilizado o Geogebra³ que se trata de um *software* de representação dinâmica gratuito e de fácil manuseio, podendo ser utilizado no modo *mobile* e *desktop* tanto *online* como *offline*. O GeoGebra funciona como uma folha grande de caderno de desenho, na qual se pode desenhar os objetos geométricos e interagir com as figuras. Além disso, o programa dispõe flexibilidade não só no ensino da geometria, mas também na álgebra, tabelas,

³ Link de acesso ao Geogebra online: <https://www.geogebra.org/?lang=pt>.

gráficos, estatística e cálculo. Também é importante destacar, que o *software* permite construir e manipular objetos matemáticos, proporcionando que as produções matemáticas ocorram de forma dinâmica e interativa.

Por fim, no terceiro momento, fase de “significação e expressão”, o modelo geométrico foi validado por meio do Geogebra que representa a teia de aranha triangular escolhida para ser modelada.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 Percepção e Apreensão

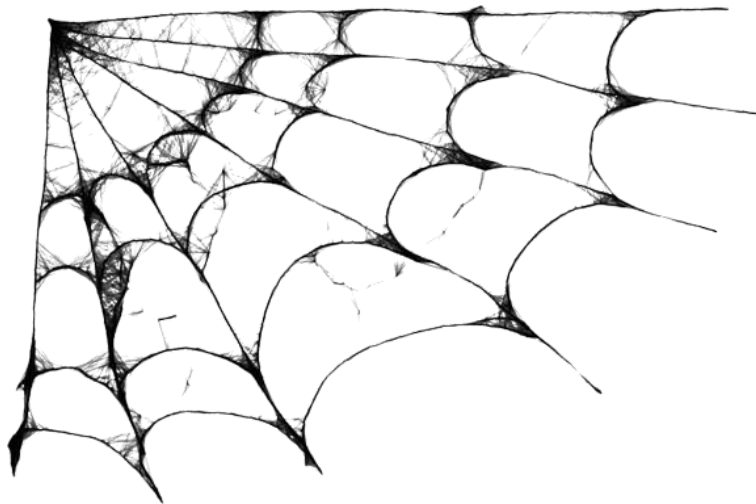
De acordo com Biembengut (2016), nesta fase ocorre a escolha, compreensão da situação-problema e aprofundamento no tema a ser modelado (pesquisado). Nesta perspectiva, foram realizadas as primeiras buscas e estudos sobre o tema. A busca por subsídios foi realizada em obras que tratam dos tipos de aranhas, tipo de teias e a Modelagem Matemática.

Para conhecer os tipos de aranhas e as teias que existem para familiarização com o assunto, pode-se compreender as características das principais aranhas, seu processo de reprodução, sobrevivência e produção das teias. No que diz respeito aos tipos de teias, identificou-se a grande variedade nos formatos e sua especificidade. Ainda pode-se destacar que pesquisadores tentam reproduzir essas teias, mas até então não foi encontrado um método que pudesse produzir teias, a não ser naturalmente, pelas aranhas.

Montenegro (2003) afirma que uma teia pode chegar a ser esticada por 70 km sem se romper pelo peso da aranha. Por isso, existe tanto interesse dos pesquisadores em tentar reproduzir algo com as mesmas propriedades das teias, no intuito de utilização para fabricar e comercializar roupas, sapatos, paraquedas, etc, com esse material.

A partir da compreensão deste campo vasto, foi possível escolher um tipo de teia para ser modelado nesta pesquisa, que é o caso a teia triangular, que é uma estrutura de teia usada por algumas espécies de aranhas para capturar presas. Ela é geralmente composta por três raios principais que se estendem a partir de um centro, formando um triângulo. A Figura 1 mostra a teia escolhida para esta pesquisa.

Figura 1 – Teia triangular



Fonte: Os autores (2024).

A justificativa da escolha desta teia se fundamenta pelo fato de os autores acharem o formato mais compreensivo para se construir um modelo semelhante. Também por se interessarem pelo estudo de triângulos, e por ser um tema que se adequa ao objetivo desta pesquisa. Além disso, pela especificidade da teia triangular que é, frequentemente, construída em locais estratégicos, como folhas de plantas ou entre galhos de árvores, onde é mais provável que as presas passem.

Após a escolha do tipo de teia a ser pesquisada, optou-se em fundamentar a investigação na Modelagem Matemática, pois ela possibilita transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (Bassanezi, 2010). Ademais, possibilita que se elabore um modelo de qualquer área do conhecimento, que instigue a curiosidade e possibilite o desenvolvimento de estratégias sobre a melhor forma de solucionar e compreender um problema.

Em seguida, foi realizada uma pesquisa, com o objetivo de saber se já existiam investigações nessa área, e quais lacunas a serem preenchidas e foi constatado que as pesquisas não mencionam a Modelagem Matemática nos objetivos e nem na análise dos seus resultados da pesquisa. Tampouco utilizam-se das teias de aranha produzidas pelos aracnídeos. As pesquisas encontradas foram no campo da Matemática pura, e acredita-se que há um processo de modelar implícito nessas investigações. Vale salientar que esses trabalhos não trazem possibilidades para o ensino e aprendizagem de Matemática, por meio da elaboração de modelos de teias de aranha, fundamentados na Modelagem Matemática, o que motivou ainda mais pesquisar acerca desta temática. Desse modo, acredita-se que essa pesquisa pode ser a pioneira com este foco.

4.2 Compreensão e Explicitação

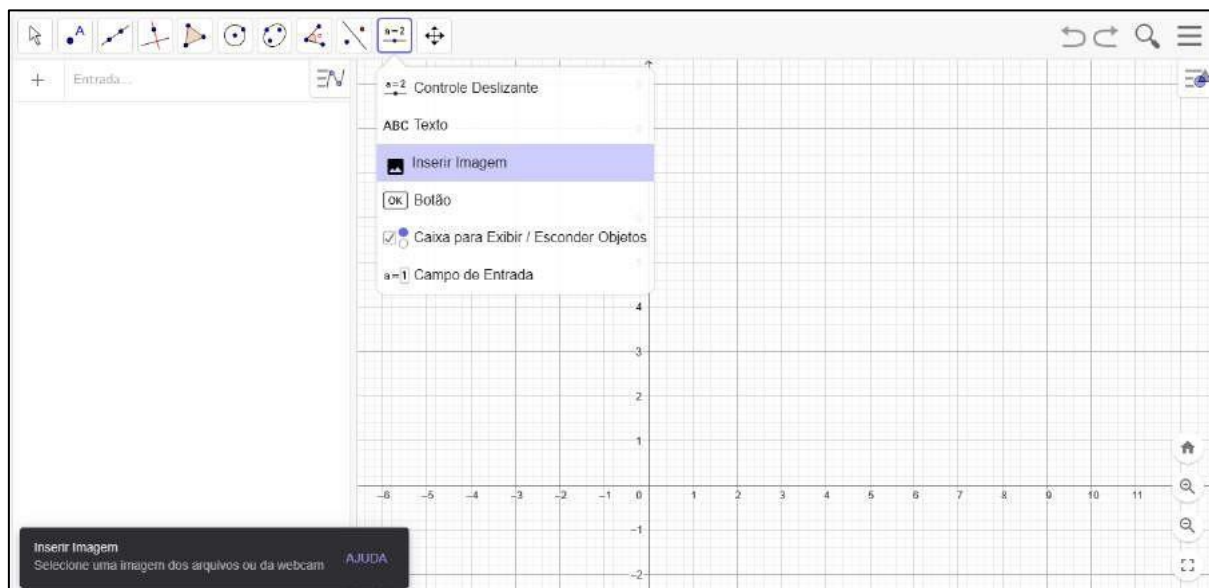
Esta categoria apresenta a fase em que o modelo foi efetivamente construído. A seguir, são explicitados os passos utilizados para a sua elaboração.

4.2.1 Elaboração do modelo

Nessa subseção é abordada a *descrição* da elaboração do modelo com base na teia escolhida por meio do *software* GeoGebra.

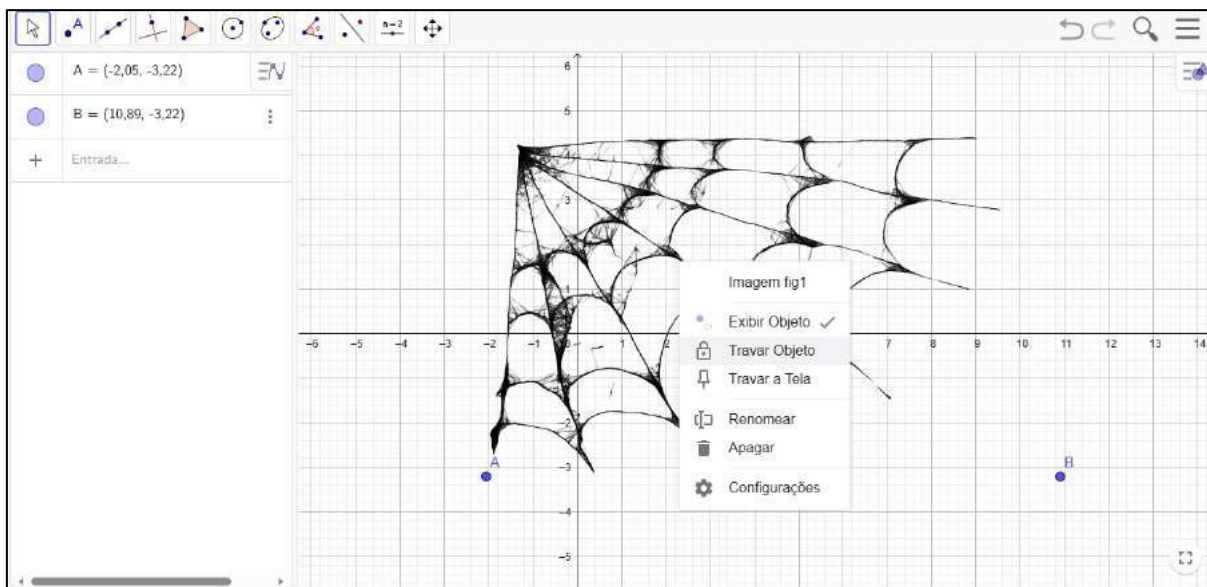
Ao acessar o Geogebra, em um novo projeto, com a décima ferramenta na aba imagem, foi inserida uma fotografia de uma teia triangular. Em seguida, com o lado direito do *mouse*, foi clicado em travar imagem, posteriormente em configuração, em básico e em imagem de fundo. As Figuras 2, 3, e 4 apresentam como adicionar uma figura no GeoGebra, como adicionar no plano de fundo e como travá-la.

Figura 2 – Inserindo Imagem do Computador



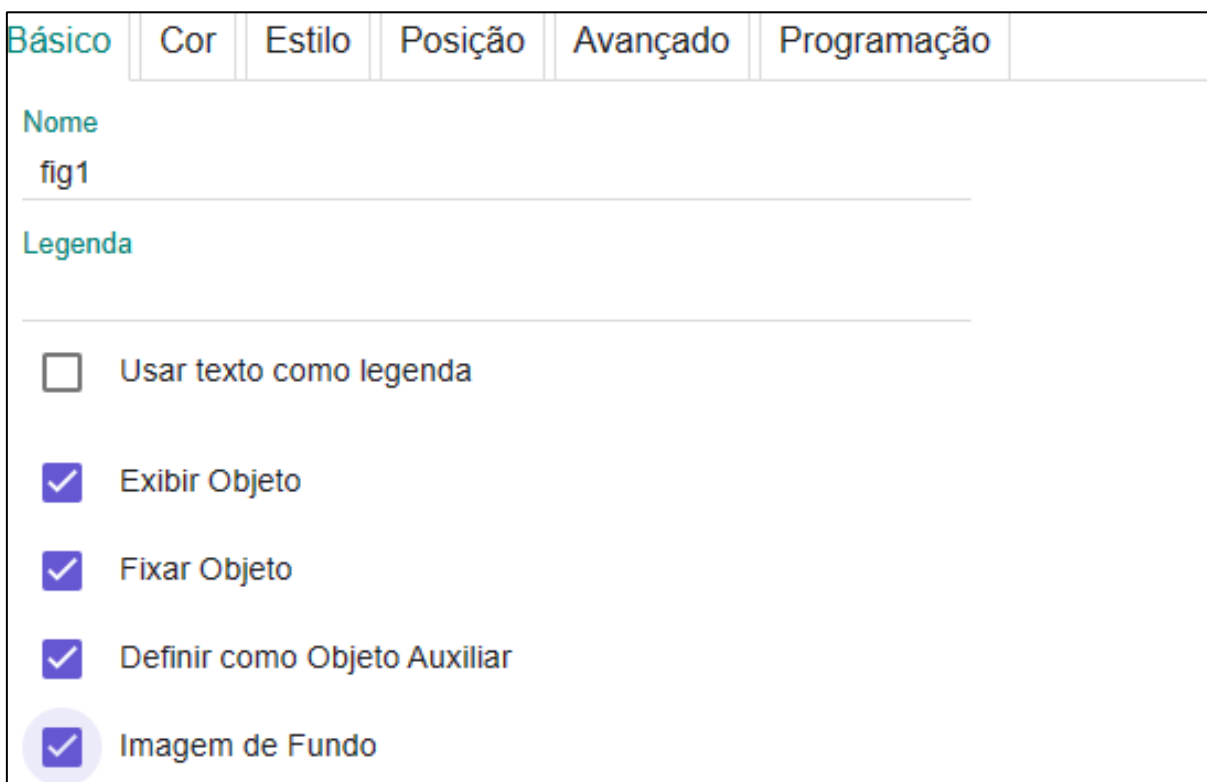
Fonte: Os autores (2024).

Figura 3 – Travando Imagem



Fonte: Os autores (2024).

Figura 4 – Adicionando imagem ao plano de fundo



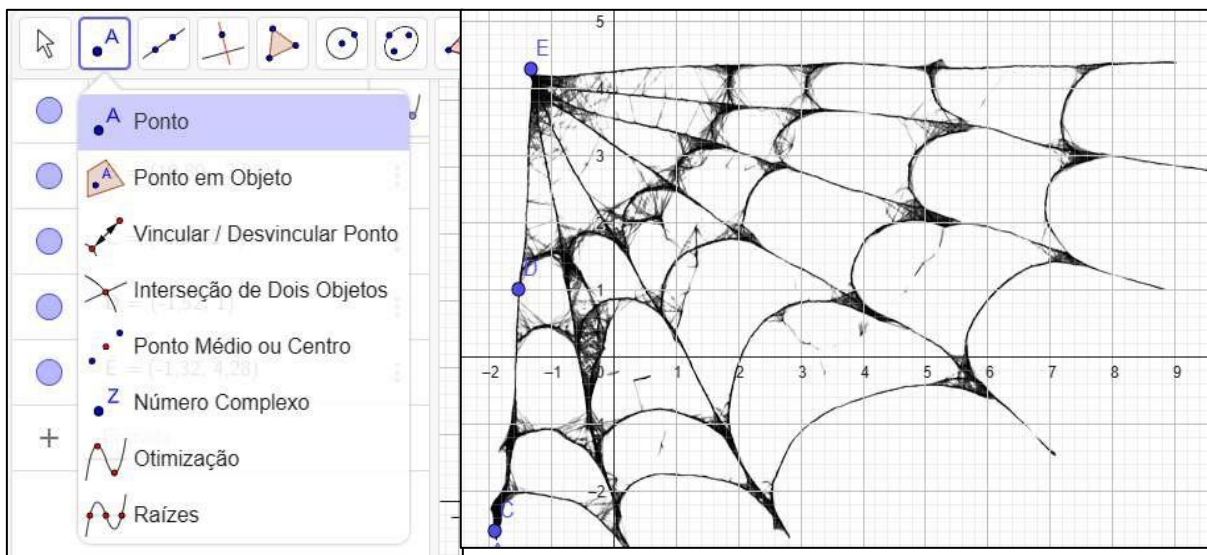
Fonte: Os autores (2024).

Utilizando a ideia de função, com a ferramenta ponto, foram traçados três pontos consecutivos (C, D e E), em seguida foi definido o grau do polinômio, para isto, foi subtraído a quantidade de pontos que se tem menos um, pois usar um polinômio de grau menor do que o

número de pontos pode resultar em um ajuste mais preciso do delineamento do objeto, ou seja, $(3 - 1 = 2)$, neste caso, tem-se o grau de polinômio até dois.

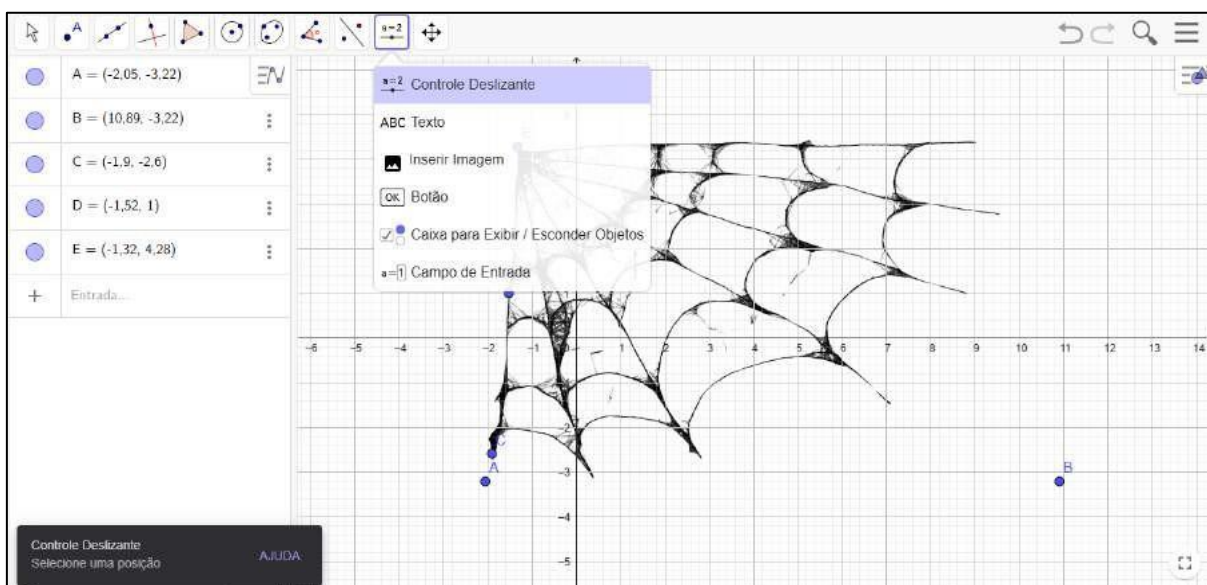
Consequente, na décima ferramenta, em controle deslizante, foi nomeado o grau como $n = 2$, de intervalo de $(1, 2)$, sendo 1 mínimo e 2 máximo, com incremento⁴ 1. As Figuras 5, 6 e 7, mostram como adicionar pontos e criar controle deslizante.

Figura 5 – Adicionando Pontos



Fonte: Os autores (2024).

Figura 6 – Criando controle deslizante



Fonte: Os autores (2024).

⁴ É uma função que permite realizar operações específicas em objetos geométricos, como pontos, segmentos de reta ou valores numéricos, com o objetivo de criar construções dinâmicas e explorar conceitos matemáticos. Além disso, é possível alterar parâmetros em equações ou funções e observar como essas mudanças afetam o gráfico da função. Isso é útil para explorar o comportamento de funções em diferentes situações.

Figura 7 – Criando controle deslizante

Fonte: Os autores (2024).

Com intuito de criar uma lista de pontos, foi clicado no painel de entrada da ferramenta algébrica e digitado “LISTA = {C, D, E}”⁵ em seguida no comando “Enter”. Neste caso percebeu-se que a regressão polinomial por meio do Geogebra vai funcionar de acordo com a lista de pontos e com o grau de polinômios.

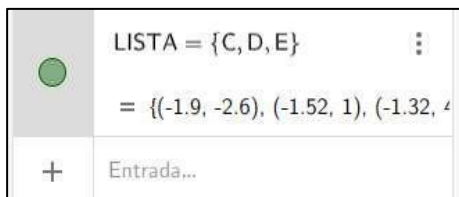
No passo seguinte, digitou-se na barra algébrica “RegressãoPolinomial”⁶ e, após isso, foi clicado na primeira opção (RegressãoPolinomial (Lista de Pontos, Grau do Polinômio), conseguindo no espaço da “Lista de Pontos” digitou-se o nome da lista que foi nomeada como “LISTA” e no espaço “Grau do Polinômio” foi digitado o grau do polinômio, nomeado como “n”. Após isso clicou-se em ‘enter’ para executar o comando.

Cabe destacar que foi criada uma função afim, sendo: $f(x) = 11,55x + 19,14$, no entanto se o controle deslizante for alterado, com o grau do polinômio para dois, tem-se uma função quadrática, sendo: $f(x) = 11,94x^2 + 50,32x + 49,89$. As Figuras 8, 9, 10, 11 e 12 ilustram essas ações.

⁵ Esta ferramenta permite criar, manipular e trabalhar com conjuntos de dados em forma de listas. Essas listas podem conter números, pontos, objetos geométricos, ou qualquer tipo de dado que você deseje organizar e analisar. Neste caso específico do trabalho, foi criada uma lista de pontos para uma variável independente e calcular os correspondentes valores dependentes usando fórmulas matemáticas.

⁶ É uma ferramenta que serve para ajustar uma curva polinomial aos dados de um conjunto de pontos. Essa função é útil para modelar e analisar relações não lineares entre variáveis em um conjunto de dados. Além disso, essa ferramenta pode ser usada para avaliar a adequação de um modelo polinomial específico para representar os dados.

Figura 8 – Criação de lista



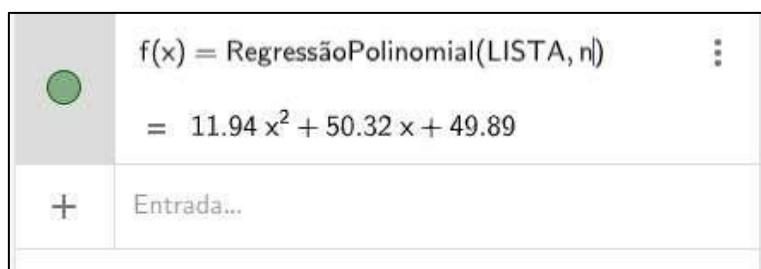
Fonte: Os autores (2024).

Figura 9 – Criação de Regressão



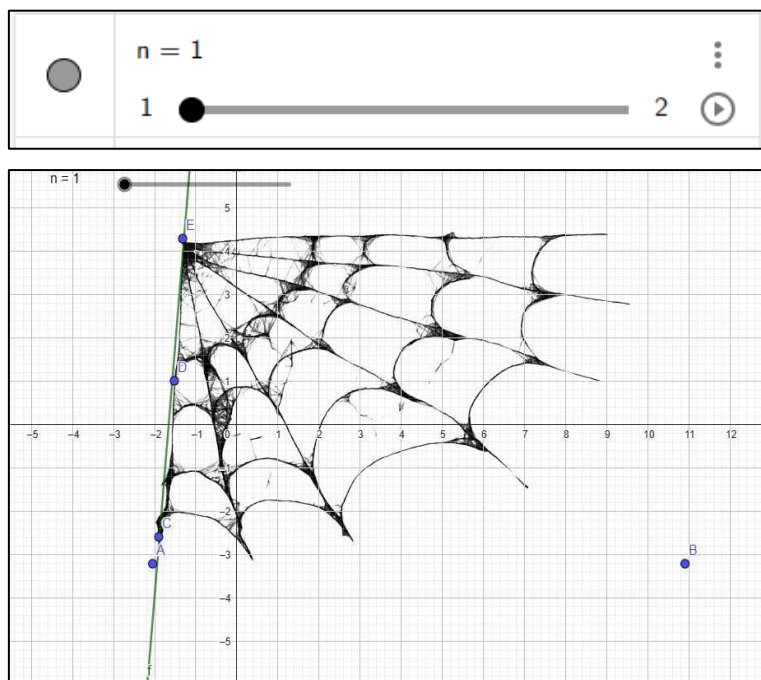
Fonte: Os autores (2024).

Figura 10 – Criação de Regressão



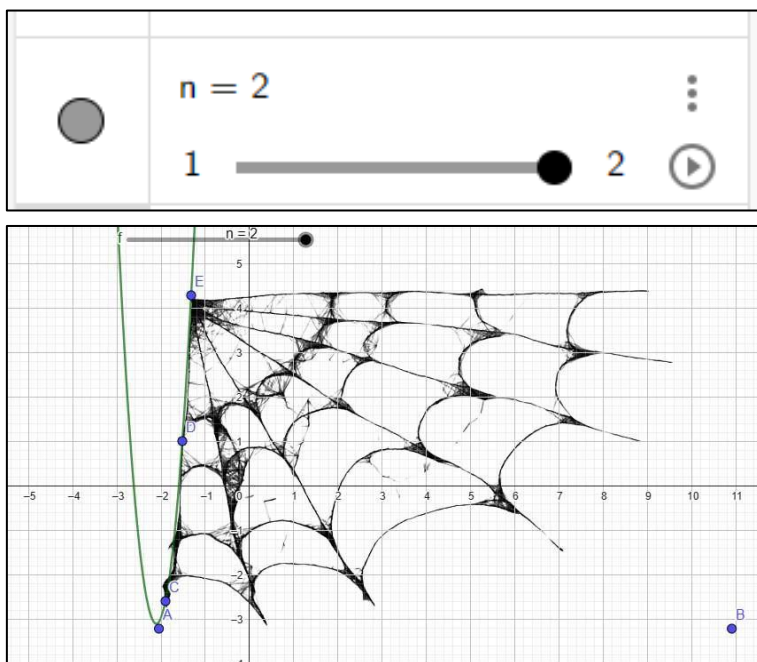
Fonte: Os autores (2024).

Figura 11 – Manipulando o gráfico com controle deslizante



Fonte: Os autores (2024).

Figura 12 – Manipulando o gráfico com controle deslizante

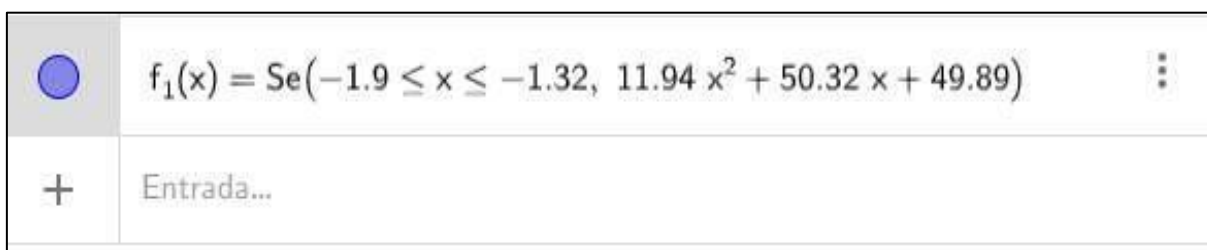


Fonte: Os autores (2024).

Salienta-se que entre as funções, a que mais se aproxima do formato desejado da figura, é a quadrática, pois ela delineia mais a figura da teia do que a reta da função afim. Tendo em vista que, no caso em que se considerar a reta, alguns pontos ficarão de fora do gráfico. Com isso se utilizará o caso da parábola, isto é, a função quadrática, pois o delineamento da parábola percorre por mais pontos do que no caso da função afim.

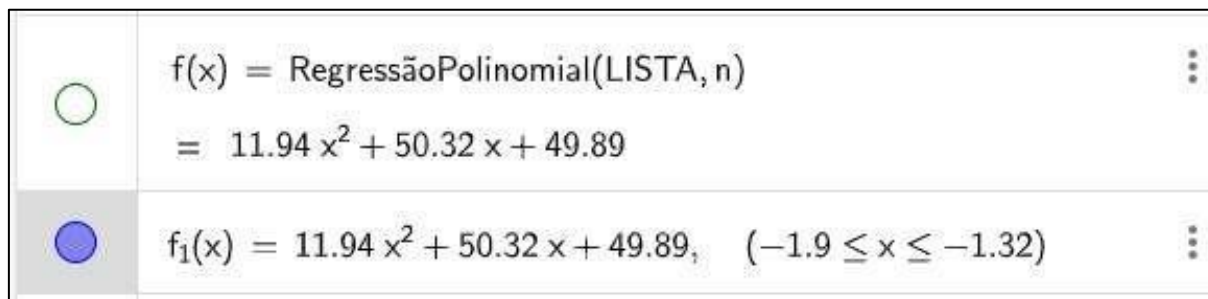
A seguir, foi delimitada uma nova função entre o ponto C e E. Para isso, digitou-se no painel algébrico “f, shift, -, 1”, no comando do *windows*, para baixar o grau, pois se isso não fosse feito, a função iria ficar igual a anterior. Após, digitou-se a função polinomial do segundo grau que foi encontrada anteriormente, isto é, $f(x) = 11,94x^2 + 50,32x + 49,89$, em seguida delimitou-se entre o ponto C e E, ou seja, foi selecionado o x do ponto C e o x do ponto E (conforme ilustra a Figura 27 a seguir) após isso, clicou-se em esconder a função $f(x)$. As Figuras 13, 14 e 15 ilustram essas ações.

Figura 13 – Criando a $f_1(x)$



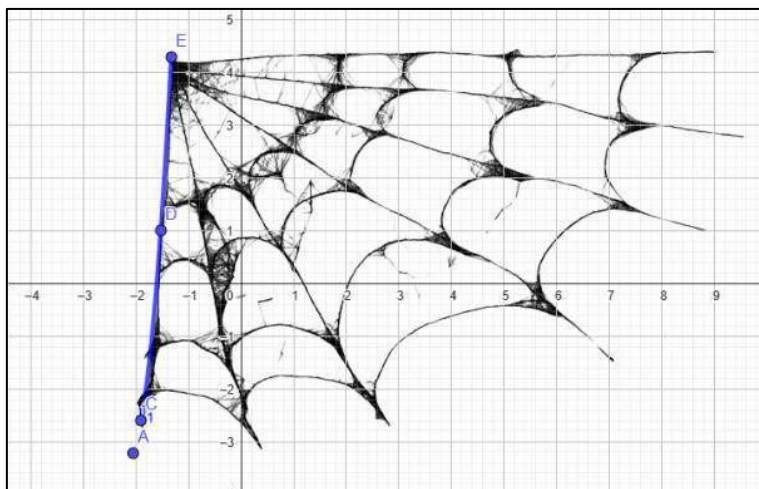
Fonte: Os autores (2024).

Figura 14 – Escondendo a $f(x)$



Fonte: Os autores (2024).

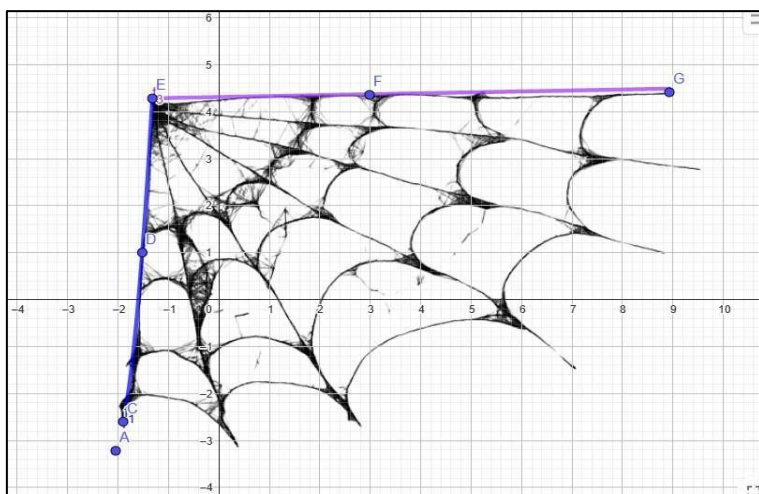
Figura 15 – Resultado do gráfico



Fonte: Os autores (2024).

Para construção do outro lado, foram realizados procedimentos análogos ao caso anterior. A Figura 16 apresenta este processo.

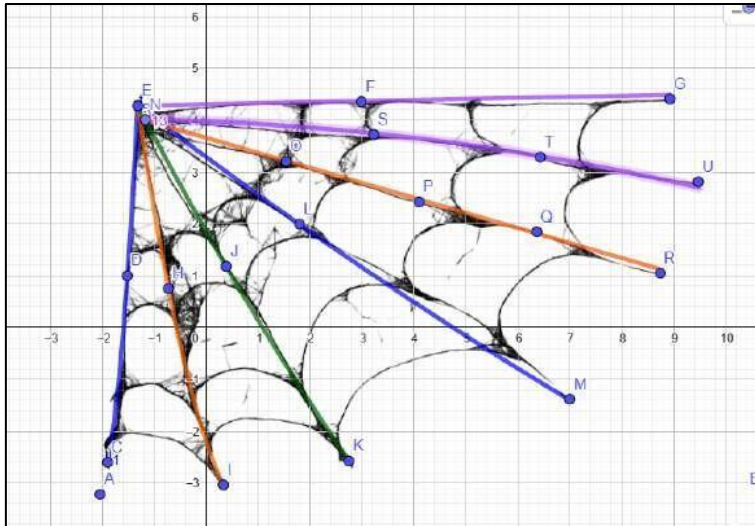
Figura 16 – Construção da outra parte da figura



Fonte: Os autores (2024).

Mesmo mudando a quantidade de pontos (consequentemente o grau do polinômio) a forma como se constrói o delineamento da figura permanece o mesmo processo que foi realizado. A Figura 17 mostra a construção da estrutura da teia.

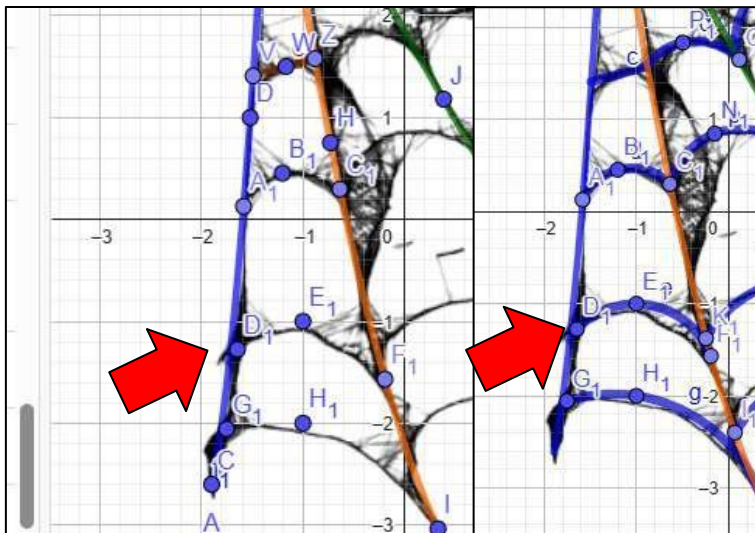
Figura 17 – Construção da estrutura da teia



Fonte: Os autores (2024).

Utilizando a ferramenta ponto, foram marcados três pontos no semicírculo da parte interna da teia, em seguida com a ferramenta “arco circuncircular”⁷ foi traçada por esses pontos um arco circuncircular. A Figura 18 mostra a construção desta parte interna da teia.

Figura 18 – Construção da parte interna da teia

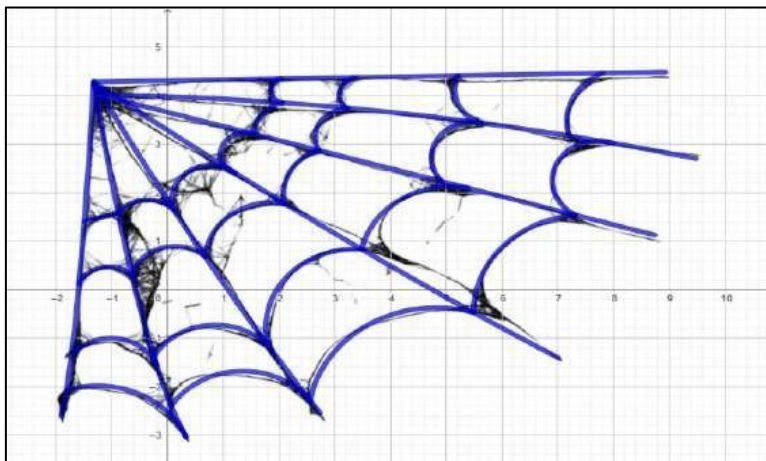


Fonte: Os autores (2024).

⁷ O arco circular é criado através de três pontos, onde o primeiro ponto é o ponto de partida e o terceiro ponto é o ponto final do arco circuncircular.

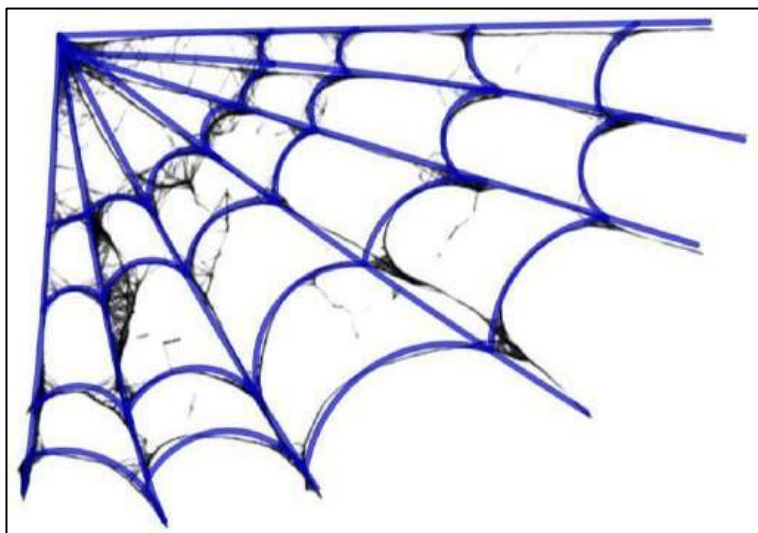
O resultado final do modelo pode ser visualizado nas Figuras 19 e 20⁸.

Figura 19 – Resultado final do modelo



Fonte: Os autores (2024).

Figura 20 – Resultado final do modelo sem grade



Fonte: Os autores (2024).

Pelo exposto, pode-se perceber que é possível estabelecer uma relação entre a Matemática e a teia de aranha utilizando os procedimentos de Modelagem Matemática como um método de pesquisa aplicado à Educação, no ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos.

Nessa pesquisa, criou-se um modelo de uma teia de aranha triangular, que resultou em uma função afim e quadrática. A partir dessa proposta, pode-se refletir sobre as diversas possibilidades de relações que podem ser inseridas nas aulas de Matemática.

⁸ Modelo disponível no GeoGebra online: <https://www.geogebra.org/m/fykzmeb6>. Acesso em: 10 set. 2023.

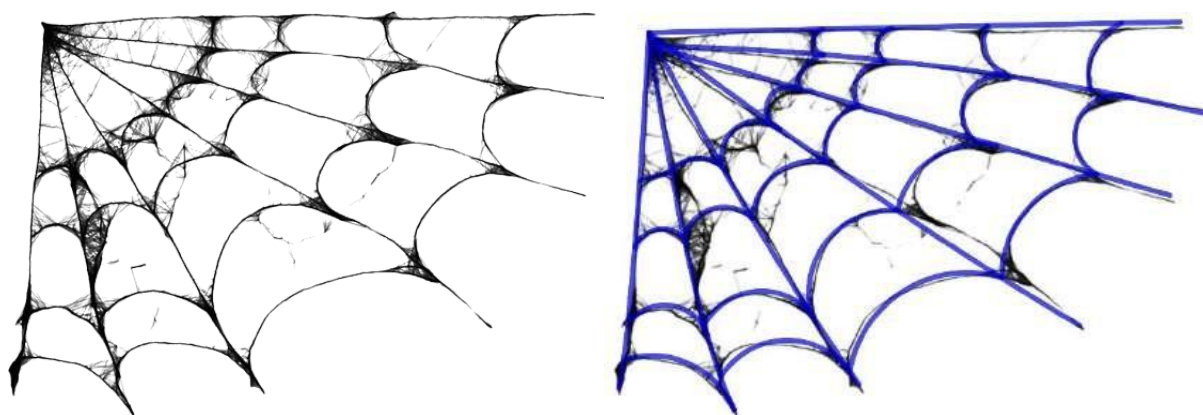
4.3 Significação e Expressão

Esta fase constitui com o processo de validação, avaliação e comunicação do modelo

4.3.1 Validação do modelo por meio do Geogebra

Para validar o modelo, é importante avaliar o grau de correspondência entre o modelo e a situação-problema real, com base na interpretação dos dados e na validação da solução. Nesse contexto, a Figura 21 mostra a teia triangular e o modelo construído.

Figura 21 – Teia triangular e o modelo matemático construído



Fonte: Os autores (2024).

Nessa fase de significação e expressão, a validação do modelo ocorreu por meio da observação, que foi explícito no modelo construído e pode-se detectar alguns conceitos geométricos e algébricos, isto é, regressão polinomial, funções, pontos, grau de polinômios e arco de circunferência.

Sobre a regressão polinomial, esta foi utilizada como uma técnica de Modelagem Matemática para ajustar uma equação polinomial a um conjunto de dados experimentais. Essa técnica é frequentemente aplicada em análises estatísticas e científicas quando se deseja encontrar um modelo que se ajuste melhor aos dados coletados do que uma reta.

Em termos simples, a regressão polinomial no Geogebra permite encontrar um polinômio que melhor se ajusta aos pontos dados, minimizando a diferença entre os valores previstos pelo modelo polinomial e os valores reais observados. Isso é útil, quando os dados têm uma tendência curvilínea, e uma equação polinomial pode representar melhor essa tendência.

Por outro lado, as funções são representações matemáticas que relacionam uma variável (ou conjunto de variáveis) de entrada a uma variável de saída. Elas são amplamente usadas para modelar e descrever relações matemáticas e fenômenos da vida real. Isto foi realizado quando foram inseridas equações de funções e plotados seus gráficos para visualizar relações matemáticas com a teia triangular.

No que diz respeito aos pontos, utilizou-se a ideia de objetos matemáticos fundamentais, usados para representar posições no espaço, ou seja, rotulados com letras para facilitar a referência e a identificação em equações e construções matemáticas, no qual foram conectados por uma regressão polinomial, arco circuncircular e a funções (como já mostrado na fase anterior da compreensão e explicitação).

No que tange ao grau de polinômio, refere-se ao maior expoente das variáveis. Nesta pesquisa fenômenos naturais foram modelados com polinômios de graus variados, indo ao acordo do delineamento mais próximo do contorno da teia. O máximo de grau que se obteve foi quatro.

4.4 Algumas implicações pedagógicas

Com a construção do modelo no Geogebra, percebeu-se semelhança da teia triangular produzida pela aranha com o modelo elaborado no *software*. A partir disso, pode-se sugerir que o(a) professor(a) trabalhe com a fixação do conteúdo de funções (afim e quadrática). Além disso, interage com outros objetos matemáticos como: pontos, regressão polinomial, grau de polinômios, arco de circunferência e manipulação de gráfico. Assim, o estudante poderá manipular, visualizar e validar por meio do modelo, através do GeoGebra.

O objetivo é que o estudante perceba que o delineamento do contorno da teia se aproxima do formato desejado da figura com a função quadrática, pois ela delinea mais a figura da teia do que a reta da função afim. Além disso, a construção do modelo permite comparar a teia triangular construída no GeoGebra com a teia que se está modelando na realidade. Assim como, verificar se a estrutura e as características da teia são consistentes com o que se está tentando representar.

Além disso, por meio desse modelo, os estudantes podem visualizar conceitos matemáticos de forma dinâmica, o que pode tornar tópicos abstratos mais concretos. Eles podem ver como gráficos, figuras geométricas e equações mudam em tempo real, na medida em que se fazem ajustes nos parâmetros. Isso pode ajudar os estudantes a explorarem e compreenderem melhor as relações matemáticas.

Utilizando-se do *software* Geogebra, e dos procedimentos de Modelagem Matemática (Bassanezi, 2010; Biembengut, 2016), os estudantes podem interagir diretamente com as construções matemáticas, criando, manipulando e explorando gráficos, funções, geometria, entre outros. Isso pode tornar a Matemática mais envolvente e ajudar a desenvolver um entendimento mais profundo.

Os estudantes podem experimentar diferentes abordagens e estratégias, testando hipóteses e refinando suas soluções enquanto exploram visualmente as implicações matemáticas. Além de modelar problemas do mundo real (Bassanezi, 2010), permitindo que os estudantes apliquem conceitos matemáticos em contextos práticos. Isso demonstra a relevância da Matemática e ajuda a desenvolver habilidades de resolução de problemas do mundo, por meio da Modelagem Matemática (Bassanezi, 2010; Biembengut, 2016).

Esse processo poderá promover uma abordagem de aprendizagem, na qual os estudantes desempenham um papel ativo na construção do conhecimento, em vez de serem apenas receptores passivos de informações. Isto é, estimular o estudante a desenvolver o pensamento matemático é essencial, pois tal pensamento envolve muito mais do que dominar técnicas, fórmulas ou procedimentos de resolução de problemas.

Além disso, vale ressaltar que, conforme Soares (2012), o GeoGebra é uma aplicação para o estudo da Matemática que se destaca pela capacidade de representar objetos, como pontos, retas, segmentos de retas, planos, polígonos e gráficos de funções. Isso facilita a transição entre as representações algébricas e geométricas. Sendo um *software* de distribuição gratuita e disponível em vários idiomas, tem ganhado o reconhecimento e a atenção dos educadores matemáticos que desejam incorporar a tecnologia computacional em suas atividades pedagógicas.

Destaca-se ainda a sua interface intuitiva, a partir da qual o estudante pode dinamicamente explorar conceitos. Uma característica crucial é a capacidade de interação entre o utilizador e os elementos na área de trabalho. Por exemplo, ao manipular os gráficos das funções com o mouse, as alterações em seus parâmetros são imediatamente visíveis na janela algébrica. Com esta funcionalidade, o estudante pode deduzir conclusões sobre situações não explicitadas pelo professor, fomentando a reflexão sobre os conceitos abordados.

Para os professores, o GeoGebra pode ampliar as possibilidades de criar recursos educacionais que tornam viável a exploração e estudo de conceitos matemáticos variados. Isso é possível, além da interface intuitiva, à capacidade de programar comandos específicos dentro do software, ou ao aproveitar seus recursos avançados (Oliveira; Guimarães; Andrade, 2012).

Ainda segundo Oliveira, Guimarães e Andrade (2012), do ponto de vista do estudante, não apenas torna a compreensão mais acessível por meio da visualização, mas também se destaca como uma ferramenta essencial que permite a manipulação de parâmetros (por meio de um seletor). A realização de translações e rotações, por exemplo, possibilita ao estudante a liberdade de explorar e investigar padrões, bem como criar afirmações a partir das transformações aplicadas a um objeto matemático. Diante disso, entende-se que o programa possibilita novas maneiras de compreender e dar significado a conceitos que muitas vezes são abstratos para os estudantes, especialmente por meio da visualização e manipulação propiciadas pelo software. E dessa forma, ser um apoio para a utilização da Modelagem Matemática (MM) em sala de aula.

A MM envolve a aplicação de conceitos matemáticos em contextos do mundo real. O GeoGebra pode permitir que os estudantes construam modelos matemáticos que representem problemas da realidade, tornando a Matemática mais relevante para suas vidas. Além disso, a combinação do GeoGebra com a MM pode incentivar a criatividade dos estudantes ao permitir que eles experimentem, criem e modifiquem modelos matemáticos.

Acerca disso, a partir do olhar do pesquisador ao apropriar-se dos conhecimentos do modelo que representa a teia triangular e a MM foi possível estabelecer relações e tecer conexões entre o ensino de Matemática e problemas reais, que por vezes, são invisibilizados. Para Biembengut (2014), “[...] o ser humano busca resolver situações de sua realidade ao procurar representar ou fazer uso de representação, ou seja, modelando ou utilizando-se de modelo”. Isso indica que a modelagem é uma característica inerente a praticamente todas as atividades humanas, remontando aos primórdios. Indubitavelmente, essa presença constante tem um impacto significativo no progresso científico, e, em particular, no desenvolvimento de teorias matemáticas inclusive relacionadas às teias de aranha.

O ensino de Matemática por meio da MM tem crescido cada vez mais. Isso se deve a várias razões, incluindo o fato de permitir aos estudantes: utilizar a Matemática para compreender situações e solucionar problemas relacionados às ciências da natureza ou sociais que despertam seu interesse; aprimorar a compreensão dos conceitos matemáticos por meio de sua aplicação prática; fomentar a criatividade ao formular e resolver problemas; analisar os valores e conceitos transmitidos por gerações passadas; valorizar as habilidades presentes nas diferentes culturas sociais e realizar investigação científica (Biembengut, 2014).

Nesta perspectiva, utilizar a MM no ensino de Matemática atrelado às teias de aranha, em particular a triangular, permite que os estudantes trabalhem com problemas do mundo real, ou seja, algo que está relacionado à natureza, ao convívio, e através disso, transformam esses

problemas em questões matemáticas; constroem o modelo por meio do GeoGebra; validam esse modelo, percebendo o quanto de envolvimento matemático está inserido; e formulam o conhecimento matemático.

No que tange às teias de aranha, infere-se que o modelo que representa a teia de aranha triangular possa auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de funções, uma vez que o delineamento da figura trabalha tanto com funções afins como quadráticas.

Funções desempenham um papel fundamental na Matemática e são usadas para modelar uma variedade de relações e fenômenos em diversas áreas, como álgebra, cálculo, estatística, entre outras. Elas são essenciais para a compreensão e resolução de problemas matemáticos e científicos.

Uma função é uma relação entre um conjunto de entrada (domínio) e um conjunto de saída (contradomínio) na qual cada elemento do domínio está associado a exatamente um elemento do contradomínio. Isso significa que uma função atribui a cada valor de entrada um único valor de saída. Geralmente representada pela notação $f(x)$, em que " x " é a variável de entrada e " $f(x)$ " é o valor de saída correspondente. Por exemplo, a função $f(x) = 11,55x + 19,14$ (encontrada na construção do modelo), representa uma função que undécuplo o valor de entrada " x ". Suponha que se inserisse "1" como valor de entrada, a função retornará "30,69" como valor de saída, porque $f(1) = 11,55 \cdot 1 + 19,14 = 30,69$.

Sob a lente da MM, pode-se levar os estudantes a conhecerem a teia triangular, e a partir deste conhecimento, os próprios estudantes buscarem elaborar modelos, desenvolvendo os conhecimentos matemáticos, nesse caso, sobre funções. Uma proposta de ação pedagógica como nesse formato é uma perspectiva de continuidade desta pesquisa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo construir um modelo de teias de aranha, por meio dos procedimentos de Modelagem Matemática (MM), verificando as possibilidades de utilização no ensino e aprendizagem de Matemática da Educação Básica. Para isso utilizou-se como base teórica os procedimentos da MM.

Para produção de dados foi realizada uma busca dos tipos de teias que existem, por meio da primeira fase de Biembengut (2014, 2016), chamada de "percepção e apreensão". Os dados possibilitaram ao pesquisador responder à questão de pesquisa: Como a construção de um modelo de teias de aranha, por meio dos procedimentos de Modelagem Matemática, pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática?

A resposta a esta questão foi explicitada ao longo do texto, pois, a utilização da MM no ensino de Matemática com a temática da teia de aranha triangular, por exemplo, pode permitir que os estudantes trabalhem com problemas do mundo, transformando-os em questões matemáticas, ao construírem e validarem modelos através do GeoGebra.

Sugere-se que o modelo que representa a teia de aranha triangular possa auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de funções, uma vez que o delineamento da figura trabalha tanto com funções afins como quadráticas, pois, por meio do *software* Geogebra, foram encontradas duas funções, mas a quadrática representa melhor o delineamento da figura estudada nesta pesquisa. Um dos fatores importantes foi à aplicação da função quadrática de uma forma que não é trabalhada usualmente em sala de aula, e que pode ser utilizada como exemplo na fixação do assunto para que o estudante perceba, por meio da MM, um exemplo de como pode ser aplicado o conhecimento deste conteúdo. Dessa forma, o estudante pode sentir-se motivado para a aprendizagem de Matemática, e percebê-la em seu cotidiano.

Ao analisar e avaliar os resultados deste estudo, ressalta-se que a aplicação da Modelagem Matemática na sala de aula tem o potencial de estimular o estudante a formular conjecturas, observar, refletir, interpretar, resolver desafios e identificar na teia de aranha conceitos matemáticos que podem ser compreendidos e dotados de significado.

O exemplo apresentado neste estudo indica o uso da Modelagem Matemática como uma ferramenta auxiliar no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos, incluindo funções, afim e quadrática. Além disso, destaca a capacidade de fortalecer o desenvolvimento das inteligências lógico-matemática e interpessoal nos estudantes, ao reconhecer e valorizar a relação entre a Matemática e a natureza, que permeia a vida das pessoas. Como continuidade deste projeto, planeja-se desenvolver essa abordagem em turmas do Ensino Médio da Educação Básica, com o objetivo de validar a proposta e aprimorá-la por meio de pesquisas adicionais.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 2. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. Concepções e tendências da modelagem matemática na educação brasileira. *Tópicos Educacionais*, Recife, v. 18, n. 1-2, p. 118-138, 2012.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem matemática no Ensino Fundamental*. 1. ed. São Paulo: EDIFURB, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem na Educação Matemática e na ciência*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*. Porto, Portugal: Editora Porto, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Ensino Fundamental, MEC. Brasília. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Matemática: primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto. MEC-SEF. Brasília. 1997.

COSTA, R. L. *Geometria de teias*. Orientadora: Maria Aparecida Soares Ruas. 2009. 78 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Matemáticas) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55135/tde-01092009-090119/pt-br.php>. Acesso em: 01 nov. 2022.

MADRUGA, Z. E. F. *Processos criativos e valorização da cultura: possibilidades de aprender com modelagem*. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2016.

MONTENEGRO, R. V. D. *A teia de aranha*. 6. ed. E.U.A. Geoscience Research Institute (Instituto de Pesquisas em Geociências), 2003.

OLIVEIRA, I. L. L. de; GUIMARÃES, S. U.; ANDRADE, J. A. A. As potencialidades do GeoGebra em processos de investigação matemática: uma análise do desenvolvimento de objetos de aprendizagem da EaD no ensino presencial. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, [S. l.], v. 1, n. 1, p. CCLXV - CCLXXIX, 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/>. Acesso em: 20 out. 2023.

RIBEIRO, D; NEVES, F; MOREIRA, C. S. In: *Dicionário Online de Português*. Porto: 7Graus, 2009. Disponível em: <https://www.dicio.com.br>. Acesso em: 28 nov. 2022.

SOARES, L. H. Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 1(1), LXVI - LXXX. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8923>. Acesso em: 20 out. 2023.

SOBRE OS AUTORES

Jonas Santana da Silva é pós-graduando em Matemática, Educação e Tecnologias pelo Instituto Federal de Brasília - IFB. Graduando em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB, no Centro de Formação de Professores - CFP.

Email: jonassantana@aluno.ufrb.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6351-7777>

Zulma Elizabete de Freitas Madruga é doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS, com período de estágio doutoral realizado na Universidad de Salamanca - USAL (Espanha). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela PUCRS. Especialista em Educação Matemática pela Universidade

SILVA, J. S. da; MADRUGA, Z. E. de F.

Luterana do Brasil - ULBRA e em Educação, com ênfase em Gestão de Polos, pela Universidade Federal de Pelotas - UFPEL. Licenciada em Matemática pela Universidade da Região da Campanha - URCAMP e em Pedagogia pelo Centro Universitário Internacional – UNINTER.

Email: betemadruga@ufrb.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1674-0479>

Recebido em 03 de out. de 2024.

Aprovado em 21 de set. de 2025.

Publicado em 13 de nov. de 2025.